

將《新境界》帶入當今自然科學研究領域 (物理學界)的範例—複數力學

楊憲東(緒貫)
國立成功大學航空太空工程學系 教授

摘要

天帝教教義《新境界》認為物質與精神均是大自然現象的一部份；認為神為物質進化之變相，神與物質均受到自然律的支配；認為生物逝世後所進入之無形靈界仍在大自然界中。自然科學既然是研究大自然界的現象，無形靈界又是大自然的一部份，那麼以自然科學研究無形靈界是再適當不過了。因此在《新境界》的哲學基礎之下，有形的物質界與無形的靈界都可以用相同的自然科學方法加以研究，進而縮短天(無形)與人(有形)間之距離。本論文引用數學中關於複數(Complex Number)的觀念來描述大自然之中有形與無形的運作，並進而提出複數力學的學理來具體實現新境界的哲學理念。一個複數包含實部和虛部，其實數的部份是可以量測的，正好表現出有形世界的行為；其虛數的部份是不可量測，則表現出無形世界的行為。複數之含虛、實，大自然之含有形、無形，與太極之含陰、陽，三者之間形成強烈的對稱性，也表達出數學(複數)、物理(大自然)、宗教(太極)三者之間的緊密關係。

將新境界帶入當今自然科學研究 領域(物理學界)的範例－複數力學

楊憲東(緒貫)¹

一、緣 起

約十五年前，當我加入天帝教的前後，一心想要用科學的方法探究佛家的『空』與道家的『無』，所以師尊給了我一個『貫』的道名，並勉勵能將所學貫通天人。用科學聯繫有形與無形是我先天的使命，我後天生命的價值正在於此一天命的實現；而我日常人生的唯一樂趣正源自於此一天命的執行過程。當時我還無法想像宗教信仰如何可與專業的當代物理學研究畫上等號，更無法相信起源於宗教思想的研究成果最後可發表在國際性的專業物理期刊上；經過十五年的漫長摸索，今天我要說我做到了；雖然到目前為止，只是建立了一小部份的宗教與物理學的關聯性，但至少已經獲得一個很好的開始。

目前台灣的科學界一般認為以科學的方法去研究宗教現象或超自然現象是一種『偽科學』，是不登大雅之堂的旁門左道，是正統科學所不容許的。從事這類研究的學者經常會被質疑其研究的嚴謹性，甚至遭受人身攻擊。在此如此不友善的環境下，在台灣想要以『科學』之名研究宗教哲學，其實是要背負一種很沉重的原罪。我一路走來，戰戰兢兢，從一開始時的不以為意，慢慢發現實際的情況比我想像的嚴重，惟恐稍一不慎就被掛上宣揚偽科學的罪名。所以我被迫以『正統』的航太科學的研究來掩護所謂『偽科學』的研究。幸運的是『正統』的研究我已經駕輕就熟，在發表一些『正統』的專業學術論文之餘，還有一些閒暇時間可以默默地從事所謂『偽科學』的研究；但諷刺的是真正帶給我研究樂趣的，卻是這人們所謂的『偽科學』研究；更令人不解的是，如果這真是『偽科學』的研究，又如何能產生十多篇 SCI 期刊論文？

我用科學的方法探究佛家的『空』與道家的『無』的歷程，在如此的時空背景下，只能孤軍奮戰，不敢也不能對外張揚。當我遇到阻礙時，人世間實在沒有討論與請教的對象(現在仍然如此)；研究過程的喜悅與挫敗全部由我一人默默承擔。然而有幸在無形中常獲 師尊的勉勵，並提供了許多人道上必要的支援與配合，使我能專心於天人研究；同時承蒙 先天一炁玄靈子老前輩不斷的加持與啟發，每每在我研究陷入絕境的時候，示現峰迴路轉。如果沒有無形界的配合，我想今天我在天人實學的研究仍然是停留在沉思冥想的階段，無法落實於當代科學

¹ 國立成功大學航太系教授，TEL：06-2757575-ext.63669；FAX：06-2389940；Email：cdyang@mail.ncku.edu.tw

而與世界接軌；如果沒有堅信不移的宗教信仰在背後支撐，十五年之中，我所遇到的每一個障礙都足以讓我半途而廢。今天我以感恩的心情，在第五屆天帝教天人實學研討會上，報告我如何完成這『不可能的任務』：從天帝教教義出發，最後創立物理學上的一個新體系：『複數力學』(Complex Mechanics) 的心路歷程。同時我也要藉此為研究天人科學的同奮、同好加油打氣，堅持到底，相信自助必得天助，終有所成；同時請『正統』科學的研究者注意的是，研究宗教哲學的科學，也可以採用非常『正統』的物理及數學語言，並發表在非常『正統』的專業學術期刊上。

二、研究三步曲

一脈相承中國傳統道家思想，天帝教教義《新境界》認為物質與精神均是大自然現象的一部份；認為神為物質進化之變相，神與物質均受到自然律的支配[1]。認為生物逝世後所進入之無形靈界仍在大自然界中。自然科學既然是研究大自然界的現象，無形靈界又是大自然的一部份，那麼以自然科學研究無形靈界是再適當不過了。在這樣的哲學基礎之下，有形的物質界與無形的靈界都可以用相同的自然科學方法加以研究，進而縮短天(無形)與人(有形)間之距離。天帝教的哲學思想賦予了科學研究新的生命與使命，使俗世的科學研究獲得了轉化成天人科學研究的動力。但畢竟這只是天帝教的哲學思想，與當代的科學見解仍存有很大的差異。如何以正統科學的方法和數學的語言具體量化天帝教的哲學思想呢？

真理應該超越信仰的包袱

一般人總認為宗教對於真理的探求，其本質和科學的研究方法是不同的，而宗教的修煉法門也沒有摻雜科學的必要。可是在另一方面，科學是全球性的共通語言，從小孩到老人，從落後國家到先進國家，都或多或少受到過科學教育的薰陶；但宗教卻是傾向於民族性的、區域性的；在不同宗教派系之間，理念存在著差異性，且不容易有共通的標準。這其間最大的不同點就在於現代科學是被當成教育在傳播，而宗教卻被當成是信仰在宣傳，信教與否全憑個人的因緣慧根。如果科學與宗教都是在探求宇宙的真理，則我們實在沒有任何理由把科學視為教育，卻把宗教摒除在教育的門外。

從來沒有聽人說：「我信仰相對論」的，相對論的真理跟你的信與不信，有何關係呢？你相信它，它成立；你不相信它，它依然成立。各教教主所述說的真理，難道只能取信於信仰該教的人嗎？宇宙的真理是原原本本就已經存在了，不是因為有了佛陀，才帶來了宇宙的真理；不是因為有了耶穌基督，才帶來了宇宙的真理。真理不因宗教而生，真理卻因宗教而顯。相對論講的是真理，大家可以接受；佛陀講的真理，卻不見得非佛教徒都可以接受。每一個宗教的教義中，都有其真理的部份，都值得化成教育的形式讓我們去學習，而這種教育是與我們個

人的宗教信仰無關的。基於這樣的理念，在我心中一直深信天帝教教義中有其真理的成份，並一直思索著如何挖掘出天帝教的真理，並將其與科學結合，再以科學的語言透過教育的方式傳播到世界各地。為實現此一理念，從民國 81 年開始，我擬定了一個長達 40 年的長程規劃，準備一步一腳印，一點一滴地實現我的理念。民國 81 年時，我 31 歲，到 70 歲時剛好滿 40 年。我要用人生中最精華的 40 年，去執行我的天命：以科學闡述天人合一的真理，並宣揚於全世界。回顧來時路，匆匆之間已過了 15 年，這 15 年的天人實學研究過程，我大致將之區分成三個時期。

第一步：確立『陰陽』與『虛實』對稱的哲學思想

第一期(民國 81 年到 85 年)：確立陰陽虛實的研究方向。就我主觀的見解，天帝教天人合一的哲學思想，認為有形與無形共存於大自然的看法，最容易也最值得以科學的方式來加以宣揚。而接下來的問題是，要用怎樣的自然科學工具才能同時描述並量化無形與有形的世界呢？我最先想到的是數學中關於複數(Complex Number)的觀念[12]。一個複數 x 包含實部(real part) x_R 和虛部(imaginary part) ix_I ：

$$x = x_R + ix_I \quad (1)$$

其中實部 x_R 是有形的，是可量測的部份；虛部 ix_I 是無形的，是不可量測的部份，而虛數 i 定義成 $i = \sqrt{-1}$ 。因此若用複數來描述大自然的運作，其實數的部份正好表現出有形世界的行爲；其虛數的部份則表現出無形世界的行爲。複數之含虛、實，大自然之含有形、無形，與太極之含陰、陽，三者之間形成強烈的對稱性，也表達出數學(複數)、物理(大自然)、宗教(太極)三者之間的緊密關係。第一期的工作主要在陰陽虛實哲學思想的確立，而與科學間的連繫僅止於抽象概念的層次。這一期的研究心得已記錄在『太破譯』[2]及『異次元空間講義』[3]二本書中。

第二步：建立複數力學的核心架構

第二期(民國 86 年到 90 年)：建立複數力學的核心思想。第一期的工作都是在我專業研究領域(航太工程)外的閒餘時間進行的。這主要是因為我認為要以陰陽虛實的探討產生科學性的研究成果，是可以努力但無法強求。我雖發出這個願力，但確實有沒有這個天命？時機對不對？是決定我能否持續做下去的二大關鍵。若將所有時間用在陰陽虛實的研究上，而 5 年的時間又沒發表任何 SCI (Science Citation Index)期刊論文，在當今學術界不僅會斷送學術生命，也等同提早結束了天人實學的研究。所以我第一期的天人實學研究工作，其實是在我專業的航太研究領域的掩護下，默默進行的；天人研究的成與不成，操之在我的部份，當竭盡所能；操之不在我的部份則隨緣處之。進入第二期的階段後，陰陽虛實的研究逐漸明朗，天命與時機因緣的配合也漸次起動。我逐漸看清楚聯繫中西方思想的橋樑就在於複數空間(複變數理論)。在中國的傳統道家思想中，認為所有的事物均同

時包含可見的一面(即實的、陽的一面)及不可見的一面(即虛的、陰的一面)。然則西方的科學思想認為不可見(或不可量測)的事物是不存在的。這相當於中國道家思想把事物存在的空間定義於複數體系之中；而西方的科學思想則把事物存在的空間定義於實數體系之中。因此吾人可以看到所有西方科學所主導的物理定律均是定義於實數體系，而複數只是一種方便於計算的數學工具，並不是一種具體存在的事物。當吾人從中國陰陽合一的傳統思想來思考時，便很自然地產生一個疑問：為何現今的物理定律不能定義於同時包含實虛的複數空間之中呢？此乃我建立複數力學的起始動機。

這一時期我開始接觸量子力學(quantum mechanics)，發現薛丁格(Schrodinger)的波動方程式也是建立在複數空間上的：

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + V\psi \quad (2)$$

注意 $i = \sqrt{-1}$ 出現在方程式的左邊，所以(2)式的波函數解 $\psi(t, x, y, z)$ 必含有虛數 i ，而成為一複變函數。量子力學需要透過含有虛量的波函數才能表達出粒子的波動性，這事實讓我領悟到中國太極陰陽學說的『陰中有陽，陽中有陰』觀念，可能是對應到量子力學『波中有粒，粒中有波』的波粒雙重性觀念。『波中有粒』即光波具有粒子性，這是浦朗克(Planck)和愛因斯坦(Einstein)所提出的光量子學說；而『粒中有波』是德布洛依(de Broglie)及薛丁格所提出的物質波觀念。由於中西方的思想存在著如此強烈的對應性，我深深覺得這中間一定存在著某種目前尚不為人知的物理規律性。在此強烈動機的引領下，我在民國 87 年 6 月 25 日開始了複數力學的第一頁研究日誌。從這一天開始，我傾全力在陰陽虛實的科學研究上(一方面也是因民國 85 年升等教授後，已較無後顧之憂)，並逐漸凌駕原有的航太專業領域。雖然中間的過程充滿無數的迂迴與挫折，但整體的方向是收斂的並指向正確的解決之道。

第二期天人實學的研究心得詳細地記錄在我複數力學的研究日誌中，茲將其總結如下。由於複數空間包含實數空間，原本在實數空間就已成立的物理定律，在複數空間之中仍保有其原來的形式，亦即複數力學和實數體系的古典力學或量子力學均是相容的；然而定義於複數空間的複數力學有更寬廣的視野，它可以看到並解釋實數系的物理定律所不能解釋的現象。例如複數力學可以解釋：

- (a) 為何物質粒子具有波動性？
- (b) 為何微觀粒子沒有確切的軌跡？
- (c) 為何機率詮釋不可避免？
- (d) 為何微觀粒子的運動是多路徑的？
- (e) 為何量子力學的物理量要透過其對應的運算子(operator)來定義？

這些問題都是量子力學本身所無法解釋的，是乃所謂的『知其然，而不知其所以

然』；這正是費曼(Feynman)所說的：『量子力學告訴我們如何計算粒子的運動，但卻無法解釋為何要如此計算！』以上這些問題在複數空間的架構下，都有合理的解釋。古典力學的觀念和量子力學是全然不同的，但是在複數空間的架構下，嚴格的數學證明顯示古典力學等義於量子力學；亦即複數力學統一了古典力學和量子力學，觀念變單純了，而涵蓋的範圍卻更廣。

第三步：與當代物理學的結合

第三期(民國 91 年到 95 年)：與當代物理學的結合。第二期的研究奠定了複數力學的主體架構，也逐漸釐清陰陽虛實與物理學的關係。複數力學的初期研究成果曾在 90 年 11 月上呈無形查核(詳見下節)，承蒙 師尊的支持並商請 先天一炁玄靈子老前輩協助指導。在先天靈覺的啓發與後天知識的配合下，複數力學做為一新的物理學體系逐漸成形；而從第三期開始的工作則在於建立其與當代物理學的關聯性。在此之前，複數力學的建立過程是完全獨立於當代物理學之外的，其基本假設、研究動機、與背後的哲學思想都和當代物理學不同。民國 91 年以後，經由網際網絡的查詢，知道最近幾年來，國際間也有少數幾位學者將複數的觀念引入量子力學中，唯均只將複數視為數學分析的工具，而非視為具體存在的事物。檢視當代所有的物理學說之後，我發現複數力學確實是一新的物理思想，其將所有的物理量，如位置、動量、角動量、力、能量等等之定義擴展到複數空間之中，從而建立操作於複數空間的牛頓力學、漢彌爾頓(Hamilton)力學及相對論力學。在求解複數形式的牛頓力學或漢彌爾頓力學的過程中，我自然地得到量子力學的薛工格方程式；在求解複數形式的相對論力學的過程中，我自然地得到量子力學的狄拉克(Dirac)方程式。在複數空間的架構下，量子力學的不確定性消失了，而且很巧妙又自然地和經典力學和相對論力學合而為一。這顯示複數空間才是物理世界的共同語言，而複數空間包含實空間及虛空間的架構，正式實虛一體，實虛相合的傳統道家思想。

於第三期的研究期間，我的研究主力已完全轉移至複數力學，原有之航太專業領域則漸淡出。其中有幾年的時間，是我的研究表現青黃不接的時候，因為航太領域的論文已漸少(已起不了掩護的作用)，但複數力學的研究成果卻還未達發表的時機。幸運的是(應是無形仙佛的運作吧！)從 94 年 10 月份開始，複數力學的研究成果逐漸獲得期刊主編的肯定，已陸續刊登在幾個 SCI 的期刊上，如參考文獻 [14]~[24] 所示。值此天人研究的第 15 年，我已把天人實學的研究從原先閒暇的興趣轉化為我的學術專業，從宗教哲理提昇到正統的科學理論。人道與天道的緊密結合，學術專業與天命的融合，更使我的學術研究無後顧之憂，為往後 25 年以科學闡述天人合一真理的工作，埋下厚實的基礎。

三、天上人間的合作

前面所述天人實學的第二、三個研究階段中，我常感受到很大的媒壓。在寫研究日誌時，每每文思洶湧地想要記錄下來一些理念，但這些理念並不是直接的文字形式，而是很抽象的深層思想層次，當其透過我後天的知識(最主要是物理和數學)詮釋出來時，又經常不是一次就可正確無誤地表達。當順著靈感寫下一些方程式時，我彷彿也會收到一些訊息，告訴我如何驗證這些方程式的正確性。某些後天詮釋出來的方程式，其正確性可很快得到驗證；但有一些方程式經過反覆的理論驗證及電腦運算後，仍就是不對。這種情況通常發生在來自先天的訊息超出了我後天知識庫可以詮釋的範圍。這時我就會被導引去看一些書，很奇妙的是當我閱讀到某一章節時，自會豁然開朗，明白原先的詮釋錯誤是發生在那裡。所以在整個複數力學建立的期間，我好像是被鎖在自己的象牙塔裡，只有先天靈覺與後天自我的對話，完全沒有第三者意見的介入。這和一般透過公開討論、閱讀既有文獻的研究過程非常地不一樣。正因為複數力學是由這樣一個自我封閉系統所創建出來的知識，其所遇到最大的困難並不在於新知識本身的建立，而在於與既有知識間的溝通。如何改寫，使其更貼近於當代物理學的語言？又何時才是適當的發表時機？這二個問題似乎不是我的先天靈覺可以完全解答的。於是在民國 90 年 11 月，我把問題上呈，請求無形仙佛開示。

天人簽呈：

弟子緒貫三年來持續進行著天人科學的研究工作，發現目前人類既有之物理科學不盡完善，若要以之當成溝通天人的橋樑，實有困難之處。問題之所在，乃現有之科學架構只能描述有形的物質世界，而無法解釋無形世界的存在及其運作的機制。因此弟子認為建立能同時描述有形與無形運作的科學工具，實乃天人科學研究的當務之急。三年來弟子一直朝此方向在奮鬥，過程中挫折與失敗不斷，然幸得無形仙佛的加持與媒壓，弟子信心與毅力未曾稍減，研究的靈感如泉湧般源源不絕。研究的工作尚未全部完成，僅歸納目前之具體成果向仙佛呈報如下：

- (1) 建立『複數力學』體系：目前人間有所謂的『量子力學』，是用以描述微小粒子運動的一門學問，也是溝通有形物質與無形能量間的可能工具。然則量子力學的現有架構具有嚴重的缺陷：只認『陽』，不認『陰』；只認『實』，不認『虛』，認為儀器量不到的事物，便是不存在，可說是唯物思想下的科學產物。從唯物的觀點來看微小粒子的運動，當粒子從有形世界進入無形世界的霎那，粒子突然消失；當粒子從無形世界進入有形世界的霎那，粒子又突然出現。量子力學無法解釋粒子這種飄忽不定的行蹤，於是引入機率的詮釋，認為粒子的運動純粹是隨機式的，可以忽而東，忽而西，沒有軌跡可言，沒有因果可言。為了打破此一唯物的科學觀，弟子將『無形』的觀念引入量子力學之中，讓粒子兼具有『實部』(陽)的運動與『虛部』(陰)的運動，讓粒子的運動空間從實空間擴展到包含實空間與虛空間的複數空間。弟子將此一新的物理科學稱之為『複數力學』，其將人類物理學上的二大分支：『古典力學』與『量子力學』，統一

在相同的架構之下。『複數力學』解釋了『量子力學』所無法解釋的現象，讓人類科學家認知到無形世界的存在，認知到無形世界對有形世界的影響。

- (2) 建立『萬有動力論』的理論基礎：目前人類認為自然界僅存在四種基本的力量：重力、電磁力、強力與弱力。然而弟子在建立『複數力學』的過程中，發現當作用在物質上的這四種力全部去除後，仍然有一神祕的力量作用在物質上，此力姑且稱之為『第五力』或『量子力』。第五力永遠依附在物質上，無法將之移走。第五力非常的微小（和蒲朗克常數的平方成正比），大型物質感覺不到它的存在，但對於電子等之微小粒子，第五力的影響不可忽視。第五力是使自由粒子能『恒動』的主要力量。一杯水中電子之活動，均無片刻之休止（縱使四種主要外力都去除），就是因為無時無刻作用在電子上的第五力所造成的。天帝教教義第 17 頁有云：『物質與自然常動，動者自動，靜者亦動，萬有動力』，而第五力正可提供『萬有動力論』在人間科學上的理論基礎。
- (3) 建立整合『次光速』、『穿光速』與『超光速』的統一場理論：愛因斯坦在地球人類二十世紀初期所提出之『相對論』，被公認是目前人類科學上的最高成就。弟子認為『相對論』確是唯物科學上的極致表現，然則此學說的基本假設：『光速是所有速度的極限』，卻阻礙了有形世界通往無形世界之路。弟子目前初步的研究成果顯示，光速是物質世界的速度極限，但卻是反物質世界速度的起點。弟子所提出之『複數力學』，包容物質與反物質，包容陰與陽、實與虛，可以用來描述粒子從『次光速』，通過『穿光速』到達『超光速』的連續變化過程。

以上三點是弟子已完成（第一、二點），以及正在進行的工作（第三點）。弟子預計再用三年的時間來完成預定的工作，唯尚有幾項疑慮，呈請仙佛開示。

問題請示：

- (1) 弟子目前已累積五百多頁的研究手稿，裏面詳細記錄了『複數力學』與『萬有動力論』的觀念機制、數學方程式以及電腦的計算結果。請示仙佛這些詳細資料是否已到公佈的時機？還是要等三年後弟子完成所有的預計工作時，再一起公佈？
- (2) 弟子所發現的第五力是物質『恒動』的力量來源，此和教義所言的『萬有動力論』，是否為相同的觀念？
- (3) 弟子在建構『複數力學』的理論時，發現不僅空間包含實空間（有形世界）與虛空間（無形世界），連時間也有實、虛之分。亦即有形世界的時間與無形世界的時間是同時存在且又互相獨立。請示仙佛此結論是否正確？
- (4) 弟子認為光速只是速度的區隔點而非速度的極限值，因此目前正進行相對論的修正工作，以使其同時適用於『次光速』、『光速』及『超光速』三個速度範圍。請示仙佛此一工作方向是否正確？

聖訓：

首任首席使者：

以『有限』探究宇宙大道真理，本是不易，必須多方融和科學、哲學與宗教之理，本席已商請先天一炁玄靈子指導，以助緒貫同奮開拓研究領域。以先天帶領後天，開展無限性，當存虔誠之心，有感斯應。

90年11月8日

先天一炁玄靈子：

一、緒貫同奮之研究已能進入有形、無形之虛實探討，複數力學之立論可開展科學之視野。萬有動力是大自然本身之生命力，表現在『生氣』與『生機』，是屬於『生生不息』之恒動。

二、補充說明如下：

1. 因春劫機制變數，暫以靜制動，方有利開展。
2. 物質『恒動』的力量與『萬有動力』同源，而萬有動力不限於『物質』。
3. 空間、時間在虛(無形)、實(有形)本有區分，是同時存在而又相互獨立。
4. 光速是人間科學設定『速度』的極限，這是以有形層面為主之觀察，無形之層面則當以『生生』之接續，傳承無限之變化境界為觀察。

90年11月8日

承蒙 師尊的加持及 玄靈子老前輩的指導，使我的先天智慧得到進一步的開發，後續相關的問題也都一一迎刃而解。關於複數力學公佈的時間點，仙佛認為當時的時機不宜，暫以靜制動。直到四年後，亦即民國 94 年 10 月，複數力學的最先二篇文章才在 *Annals of Physics* (物理年鑑) 上發表。在這相隔的四年時間之中，天上人間都在努力了解要以怎樣的形式表達複數力學，才能為當代物理學界所接受。我個人深深覺得，天人實學研究的最大困難在於如何世俗化，在於如何與世界接軌；天人實學的研究成果如果僅是供教內同奮參考，自然沒有溝通不良的問題，也無須世俗化；反之，如果是要透過 SCI 或是 SSCI 等期刊廣傳於全世界，就不得不借助當代自然科學及社會人文科學的量化介面工具(即所謂的世俗化)。正如教義所言，科學的研究有助於縮短天人間的距離；如果天人實學僅能透過形而上的宗教抽象語言傳達，而不能以世俗化、量化的科學符號、邏輯運算來加以演繹，則天人實學距天是近了，離人則遠矣！天人之間的距離並沒有因此而拉近。

四、與當代物理學的接軌

民國90年11月向無形界稟報進度及請示後，複數力學的研究即進入了上述的第三個時期，也開始了與當代物理學的接觸。透過與外界的接觸，我才得以窺悉複數力學在整個當代物理學中所佔有的角色。當這個角色確認後，我才知曉如何重新包裝複數力學，使得能與物理學界溝通而接受。天人實學的研究成果若不能打入當代科學的核心領域，進而引起世界各地學者的研究興趣的話，再如何先進的天人實學也只能孤芳自賞，對世界文明的進步是起不了甚麼作用的。

二十世紀的世紀大辯論

在正式與當代物理學接軌之前，我對量子力學的認知，停留在1920年代量子力學剛創建的時期。那是一個輝煌的年代，薛丁格的波動力學(Wave Mechanics)，海森堡(Heisenberg)的矩陣力學(Matrix Mechanics)，和狄拉克(Dirac)的相對論量子力學(Relativistic Quantum Mechanics)都是在1920年代被創立的。以波爾(Bohr)、海森堡、及波恩(Born)為首的哥本哈根學派認為量子世界是混沌不可預知的。機率決定一切，吾人對於粒子運動的所有訊息就只有機率一項。波恩提出波函數的機率詮釋：粒子於時間 t ，出現在座標位置 (x, y, z) 的機率 P ，等於波函數的絕對值 $|\psi(t, x, y, z)|$ 的平方：

$$P(t, x, y, z) = \psi^* \psi = |\psi(t, x, y, z)|^2 \quad (3)$$

其中波函數 ψ 是方程式(2)的解。哥本哈根學派的量子力學機率詮釋仍然是目前量子力學的主流思想。

量子力學的機率詮釋和以牛頓及愛因斯坦為代表人物的古典力學思想有很大的不同。古典力學的思想充分反映在愛因斯坦的『上帝不玩骰子』這句話上。古典力學認為在給定初始條件下，粒子的軌跡是確切決定的。初始條件是『因』，粒子的軌跡是『果』；什麼樣的『因』，產生什麼樣的『果』。所以古典力學嚴格遵守因果關係，此和東方宗教的因果論哲學思想是一致的。然而量子機率論則認為粒子的運動是毫無因果可言；更有甚者，其認為量子的運動是沒有軌跡的。波爾所代表的機率論(probabilism)和愛因斯坦所代表的因果決定論(Causal Determinism)於是產生了二十世紀中，最大、最持久的科學哲學思想的辯論與對立；也就是說，物質世界中的粒子運動是遵守因果規律的呢？還是機率隨機的呢？至目前為止，實驗的數據傾向於量子機率論學派的預測：即微小粒子的運動似乎是隨機沒有規律的。那麼是不是愛因斯坦的因果決定論錯了呢？是不是東方宗教的因果論哲學思想不適用於大自然定律呢？然實際的情況並不是如表面所顯示的這麼簡單。

費曼的路徑積分

當分析了複數力學所處的時代科學背景，我逐漸明白複數力學原來是提出了以上二大學派的和解之道。其實機率論與因果決定論都沒有錯，它們只是以不同的角度來分析問題，而在他們各自的角度上，都是正確的。在複數力學之前，就會有一個整合二大學派的理論被提出：即費曼(Feynman) 在1950年代提出以路徑積分(Path Integral)的觀念[8]詮釋量子力學。此理論認為粒子到達某一位置的路徑有無限多條(相對於古典力學的唯一一條)，若把每一條路徑的發生機率加起來(即求積分)，其機率的總和就是如(3)式所表示的粒子出現在此一位置的機率。費曼的理論整合了古典力學的軌跡觀念和量子力學的機率詮釋，提供了古典力學通往量子力學的橋樑。費曼的路徑積分雖然承認粒子運動有軌跡的存在，但是因粒子的可能軌跡有無限多條，費曼認為軌跡的選擇仍然是隨機發生的。這相當於費曼把原

先量子力學中的『點到點間』的隨機性，修正成『軌跡到軌跡間』的隨機性。因此費曼的路徑積分雖採用路徑的觀念，其本質仍是機率的；費曼的理論仍無法解釋：

- (a) 為何粒子的可能軌跡有無限多條？
- (b) 如何確切表達出這無限多條的軌跡？
- (c) 粒子選擇其中某一條軌跡的條件是什麼？

複數力學的提出回答了以上三個問題，解釋了粒子運動會產生多重路徑(Multiple Paths)的原因[15]，這原來是粒子的虛部運動所造成的。在實的(陽的)世界中，我們看不見也無法固定粒子的虛部位置；當粒子從某一固定的實部位置出發時，其虛部位置其實並不固定，而就是這看不見的虛部位置變化，造成了多重路徑的現象。指定不同的初始虛部位置，但固定初始實部位置，吾人可以利用複數力學求出其對應的實部軌跡(複數軌跡在實數空間的投影)；改變所有可能的初始虛部位置，就可以記錄下來所有的多重路徑[24]。從實虛相合(陰陽相合)的複數空間來看，給定初始條件，粒子的軌跡確實是唯一決定的；也就是說『因果定律』在複數空間是成立的，亦即若把物理定律擴展到複數空間，則愛因斯坦所代表的古典力學學派的看法是正確的。但另一方面，若從人世間(陽的世界，實的世界)來看，由於我們看不到初始虛部位置的變動，所以實際上並無法事先預知粒子會沿著那一條軌跡運動。因此機率的描述乃是最自然且不得不的做法。我們可以說機率論與因果決定論都沒有錯，因為從複數空間來看，因果決定論是對的；從實數空間來看，機率論是對的，它們只是以不同的角度分析問題罷了。複數力學的提出確實解決了二十世紀二大學派的爭辯，賦予它們各自正確的歷史定位。當代量子力學認為古典力學無法解釋量子現象，無法產生多路徑行為，無法相容於海森堡測不準原理，這些觀念其實都有修正的必要，因為若將古典力學擴展到複數空間，則這些問題都不存在，此時古典力學變得和量子力學完全一致。

波姆力學

費曼的路徑積分雖採用路徑的觀念，但他並未真正求出粒子運動的軌跡。1950年代中，有另外一個量子力學的路徑詮釋被提出---波姆力學。波姆力學(Bohmian Mechanics)是由波姆(Bohm)於1952年所提出[8]，其特點是賦予粒子一個量子軌跡的觀念。波姆認為粒子運動會有隨機的行為是因為受到隱藏變數(Hidden Variable)的作用。他進一步提出描述粒子運動的隱藏變數就是粒子的位置，也就是說粒子的位置是客觀存在的主體；亦即當我們不作測量時，粒子的位置仍然是存在的，而由位置變化所產生的粒子軌跡也是具體存在，不依賴於測量的有無。此一觀點和主流的量子力學觀點(哥本哈根機率詮釋)不同，哥本哈根學派認為粒子位置只存在於測量的瞬間；當我們不作測量時，談粒子位置是沒有意義的，因為它不是一客觀存在的主體。以此推論，哥本哈根學派認為當我們不看月亮時，月亮是不存在的。這一推論顯然違背了月亮是一客觀存在主體的事實；月亮的存在和我們看

不看它有什麼關係呢？因此哥本哈根學派的哲理思想並不是一體適用的通則，似乎只能適用於微小粒子(例如電子的存在，確實跟我們有沒有去測量它有關；用光去偵測電子的位置時，同時也改變了電子的原先位置)。但要多小才算是小呢？多小的粒子才適合使用量子力學？多大的粒子才適合使用古典力學？這量子力學與古典力學之間的邊界值到現在仍然是一個迷。

波姆的看法與量子力學主流思想的抵觸，使得他的理論提出後，幾乎有30年的時間沒有人再去討論它。其實波姆力學在提出之初，曾受到愛因斯坦高度的關注，因為波姆力學滿足因果論，而這又是愛因斯坦極力支持的論點。然則由於波姆力學對於某些粒子軌跡的預測出現嚴重的瑕疵，使得愛因斯坦不久又放棄對波姆的支持。這一瑕疵是發生在當粒子位於特徵量子態(Eigen-state)時，波姆預測粒子此時應該是完全靜止不動的，但此和實驗結果不符。波姆力學從此被冷凍了30年。直到1980年代，波姆的理論才又重新引起人們的興趣。這主要是拜奈米粒子研究之賜，研究分子尺度的奈米系統在1980年代取得快速的進展。分子或分子團的尺度介於0.1奈米到1奈米之間，這是一個尷尬的尺度。因為分子運動有一定的軌跡，所以完全講隨機跳躍的量子力學派不上用場；但分子又具備某些程度的量子現象，這是傳統古典力學考慮不到的。就在這樣一個過渡的區塊內，波姆力學找到了它的著力點，因為它是在量子力學的架構下，賦予粒子軌跡的描述。利用波姆力學，吾人可以獲得在量子效應作用下的分子運動軌跡。

波姆力學的核心是給出一個粒子速度的導引律

$$m \frac{dx}{dt} = \frac{\partial S}{\partial x}, \quad m \frac{dy}{dt} = \frac{\partial S}{\partial y}, \quad m \frac{dz}{dt} = \frac{\partial S}{\partial z}, \quad (4)$$

其中 m 是粒子的質量， dx/dt ， dy/dt ， dz/dt 分別是三個方向的速度；座標(x, y, z)都是實數； S 是波函數(薛丁格方程式(2)的解 ψ)的相位角，即 $\psi = R e^{iS/\hbar}$ ，其中 R 和 S 都是實數函數。因此知道波函數 ψ 就可以由(4)式計算粒子速度，而速度的積分可以進一步得到粒子的運動軌跡($x(t), y(t), z(t)$)。波姆力學被人質疑的地方在於其只有給定速度場，而沒有作用力的來源。就有學者指出波姆力學似乎將人們帶回到比牛頓更遙遠的古希臘亞里斯多得時代，那時候的人們沒有『力』或加速度的觀念，認為物體運動的本質源自速度。波姆力學正符合亞里斯多得的思想，一樣也只能定義粒子的速度如(4)式，而無法得知粒子獲得速度的原因。波姆的想法實際上是傳承自1924年德布洛依先導波(Pilot Wave)的觀念，認為粒子運動永遠伴隨著波的運動，其關係則是先導波行之於前，而導引其後尾隨粒子的運動，而使得粒子速度遵守(4)式的原則。

波姆認為波函數 ψ 只是用以提供粒子運動的速度指令(command)，至於是透過何種作用力來驅使粒子運動，波姆說是來自於粒子內部一種不知名的機制。波姆進一步提出一個譬喻，當一艘船要駛入港口時，燈塔發出一束電磁波導引船的速度方向，這電磁波的角色猶如(4)式的 S 函數，它僅提供船(粒子)運動的速度指令，

但電磁波的能量非常小，不足以直接推動船身(粒子)產生運動；真正讓船(粒子)改變方向獲到所需要的速度者，是要靠船(粒子)內部的動力。波姆沒有進一步說明驅使粒子運動的內部動力是什麼。做為一種力學理論，波姆力學未能說明量子作用力的來源，反而將粒子運動的本質歸因於一種不知名的神秘力量，這是一個很大的缺陷。

前面提到波姆力學的另一瑕疪是其預測粒子位於特徵量子態(Eigen-state)時，應該是完全靜止不動的，但此和實驗結果不符。後來有一學者John[10]於2002年將波姆的速度導引律(4)推廣到複數空間，從而解決了波姆力學的這一缺陷。這一結果說明將量子軌跡定義在複數空間是一正確的方向。John的研究成果和複數力學有一小部份的相似性，但事先我並不知道John的研究；直到我在投稿複數力學的過程中，有一位國外審查委員的告知，才知道有人曾討論過複數形式的量子軌跡。John雖然改良了波姆力學的架構，但仍然受到波姆力學的先天限制，即只定義了粒子的運動速度，而無法說明粒子加速度與作用力的關係。不同於波姆力學，複數力學則是將整個古典力學擴展至複數空間，所以不僅有粒子速度的定義，粒子的加速度、作用力、以及能量也都有嚴謹的定義，而其彼此間的關係也都可以由古典力學獲得。在複數力學的架構下，量子力學是定義在複數空間的古典力學，因此量子力學和古典力學的邊界消失了；吾人不須要採用傳統的方法：即描述微小粒子的運動用量子力學，而描述巨觀粒子的運動卻用古典力學。相反地，吾人可用複數力學同時描述微小粒子及巨觀粒子的運動，而不需考慮其適用邊界的問題。

複數形式的量子力學

前面提到的費曼路徑積分或波姆力學都是以路徑的觀念詮釋量子現象，此點和複數力學相似；然則他們的路徑都是定義在實數空間而非複數空間，此點則和複數力學不同。另外有一批學者，他們雖不採取路徑詮釋，但卻建議將量子力學擴展到複數空間。這顯示在複數力學提出之前，已有少數學者考慮到將量子力學擴展到複數空間的必要性，只是他們的動機都是基於數學運算的考量，而不是真的認為粒子具有虛部的運動量。在此類的學者中，Bender[5]提出複數擴展的量子力學(complex-Extended Quantum Mechanics)。在量子力學的基本理論中，量子運算子的特徵值(eigenvalue)代表一物理量的量測值(例如位置、動量、或能量)，故其必須為實數。Bender發現某些複數形式的量子運算子(滿足PT-Symmetry者)也具有實數的特徵值，因而建議擴大量子運算子的定義域到複數空間。因此複數擴展的量子力學本質上仍認為可量測的物理量都必須為實數(其實所有西方的物理定律都是如此)，但是允許產生物理量的數學運算子定義在複數空間。

Baker[4]提出的構想更接近複數力學。他發現若允許能量和動量都具有實部和虛部的話，則薛丁格方程式可詮釋為能量守恆方程式，而取代其原有的機率詮釋。因此Baker是基於獲得一種新的詮釋，而提出複數物理量的構想。但是Baker[4]沒有進一步探討若將物理量擴展到複數空間的話，將衍生出甚麼新的結果。

在所有已知文獻中，和複數力學最有關聯性的，莫過於法國學者Nottale[11]的研究成果。Nottale提出一個比愛因斯坦的相對論更廣義的相對論，稱為尺度相對論(Scale Relativity)。愛因斯坦的相對論主要論述物理定律應和物體的相對運動狀態無關(狹義相對論討論物理定律相對於等速相對運動的不變性，廣義相對論則討論物理定律相對於加速相對運動的不變性)。Nottale的尺度相對論更進一步提出第三種不變性，即物理定律應和物體的尺度無關。也就是說，正確物理定律的型式在原子尺度來看，與在宇宙尺度來看，應該都具有相同的形式。為了達到尺度轉換的不變性，Nottale定義一種對複數時間的微分(Complex Time Derivative)運算。Nottale證明，若將對一般時間的微分改成對新定義的複數時間的微分，則原適用於巨觀粒子的牛頓力學 $F = ma = m\ddot{x}$ ，也可適用於微觀粒子，亦即其等義於薛丁格方程式；因而使得牛頓力學的形式對於不同尺度的粒子均適用，亦即滿足Nottale所稱的尺度轉換的不變性。由於時間的複數化，使得與時間相關的物理量，如速度、作用力、能量等，也都變成複數的形式。

經由嚴格的數學證明[22]，Nottale的複數時間微分觀念和複數力學實際上是等義的。故在所有已知的理論中，Nottale的研究是和複數力學最為接近者。但是因Nottale複數時間的微分是一抽象的定義，其數學形式上雖等價於複數力學和量子力學，但卻無法直接用於計算而產生定量的結果以與量子力學比較，以致其物理含意不明確。相反地，複數力學的時間等於古典力學中的時間，都是實數值，故可用傳統的方法計算各種物理量對時間的微分，而所得到的定量結果和量子力學所預測者均相符。

五、複數力學概要

前面對於複數力學的討論緊限於定性的描述，但對於一科學理論，單純的文字描述顯然是不夠的。為了完整性的考量，有必要對複數力學的數學基礎作一些定量的介紹。複數力學的起始點是薛丁格方程式(2)。從複數力學的觀點來看，薛丁格方程式的複數屬性不僅是源自於虛數 $\sqrt{-1}$ 的存在，而且是因方程式中的座標 x, y, z 都是定義於複數體系(注意：量子力學是把 x, y, z 視為實數)。複數力學的核心即在於求得粒子的位置座標(x, y, z)在複數空間中，如何隨著時間運動。以下將從薛丁格方程式出發，先得到量子系統的 Hamiltonian，再從而得到量子漢彌爾頓運動方程式(Quantum Hamilton Equations of Motion)，而漢彌爾頓運動方程式的求解即可得到粒子的運動軌跡($x(t), y(t), z(t)$)。最後所有的量子資訊都可以由粒子的軌跡來獲得。在薛丁格方程式(2)之中，將波函數 ψ 做如下的轉換：

$$\psi = \exp(iS/\hbar) \quad (5)$$

其中 S 稱為量子作用量(quantum action)。此時薛丁格方程式(2)可化成如下的形式：

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H(t, \mathbf{q}, \mathbf{p})|_{\mathbf{p}=\nabla S} = \frac{\partial S}{\partial t} + \left[\frac{1}{2m} (\nabla S)^2 + V - \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 S \right] = 0 \quad (6)$$

將上式和古典的 Hamilton-Jacobi (H-J) 方程式

$$\frac{\partial S_c}{\partial t} + H_c(t, \mathbf{q}, \mathbf{p})|_{\mathbf{p}=\nabla S_c} = 0 \quad (7)$$

相比較，可得量子系統的 Hamiltonian 為：

$$H(t, \mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + V(\mathbf{q}) + Q(\mathbf{q}) \quad (8)$$

其中的第三項

$$Q(\mathbf{q}) = -\frac{i\hbar}{2m} \nabla \cdot \mathbf{p} \Big|_{\mathbf{p}=\nabla S} = -\frac{i\hbar}{2m} \nabla^2 S = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \ln \psi(\mathbf{q}) \quad (9)$$

稱為量子位勢(Quantum Potential)。而式(6)即是量子 H-J 方程式。若不考慮量子位勢這一項，上述的量子 Hamiltonian 立即成為古典 Hamiltonian。由於量子位勢 Q 的存在，使得 Hamiltonian 具有複數的形式；而由(2)式和(6)式的等義，吾人知道複數形式的產生實際上均是源自薛丁格方程式(2)。

在古典力學中，Hamiltonian H_c 只和其外加位勢(applied potential) $V(\mathbf{q})$ 有關；而在量子世界中，量子 Hamiltonian， $H(\psi)$ ，除了受到外加位勢的影響外，粒子所在的量子狀態(quantum state) ψ 亦決定著 $H(\psi)$ 。透過波函數 $\psi(\mathbf{q})$ ，吾人可以由(6)式得到動量為 $\mathbf{p} = \nabla S$ ，或寫成如下的分量形式：

$$p_j = \frac{\partial S}{\partial q_j} = -i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{\partial q_j} \quad (10)$$

如所預期的，由(10)所得到的動量是屬於複數的形式。根據(8)式的量子 Hamiltonian $H(\psi)$ ，其相對應的 Hamilton 運動方程式：

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{\partial H(\psi)}{\partial \mathbf{p}} = \frac{1}{m} \mathbf{p} \quad (11a)$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{\partial H(\psi)}{\partial \mathbf{q}} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left[V(\mathbf{q}) - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \ln \psi(\mathbf{q}) \right] \quad (11b)$$

其中，位置變數 \mathbf{q} 以及動量變數 \mathbf{p} 為兩個獨立的複數變數。上式提供了粒子在複數空間以及在量子狀態 $\psi(\mathbf{q})$ 下的運動方程式，揭示著粒子是在複數空間運動，具有複數的軌跡、動量、能量等物理量，並對應著不同的狀態有著不同的運動行為。除了 \mathbf{p} 和 \mathbf{q} 是定義在複數空間之外，(11)式的形式和求解與古典力學的 Hamilton 運動方程式完全相同。例如結合(11a)和(11b)二式，吾人可以得到熟悉的牛頓第二運動定律：

$$m\ddot{\mathbf{q}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (V + Q) \quad (12)$$

所以吾人可以借助古典力學的既有方法來處理量子力學的問題。

對於能量守恆系統，複數力學可以證明(8)式的 Hamiltonian 為一常數值：

$$H(\psi(\mathbf{q})) = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + V(\mathbf{q}) + Q(\psi(\mathbf{q})) = E \quad (13)$$

其中 E 即為粒子於 $\psi(\mathbf{q})$ 狀態下所具有的總能量。(13)式說明系統的總能量含有三個分量，其中的第一及第二分量合成粒子所受到的總位勢能(假設一維運動 $\mathbf{q} = x$)：

$$V_{\text{Total}} = Q + V = E - \frac{1}{2m} p^2 = E + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d \ln \psi}{dx} \right)^2 \quad (14)$$

將式(14)代入量子牛頓方程式(12)式，得到

$$m\ddot{x} = -\frac{dV_{\text{Total}}}{dx} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d}{dx} \left(\frac{d \ln \psi}{dx} \right)^2 \quad (15)$$

由於(15)式和總能量 E 無關，吾人可以選擇 $E = 0$ 來針對總位勢能 V_{Total} 做一探討。從(14)式可得：

$$|V_{\text{Total}}| = \left| \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d \ln \psi}{dx} \right)^2 \right| = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{|d\psi/dx|^2}{|\psi^* \psi|} \quad (16)$$

其中 $|\psi^* \psi|$ 為機率密度(probability density)如(3)式所定義。由(16)式可知機率密度和總位勢 V_{Total} 成反比，亦即表示當粒子位於總位勢最大的地方，其出現的機率最小。若在某一點 A，粒子出現的機率為零，由(16)式可知，原來是該點的總位勢達到無窮大，以致攜帶有限能量的粒子無法到達該處。如此可知量子力學中所使用的機率詮釋也是對粒子運動的一種描述；在無法得知粒子確切軌跡的情況下，機率詮釋有其必要性。然而在因果詮釋下的複數力學，可以得知粒子所受到的位勢能、軌跡等資訊，可以合理的解釋機率詮釋下的結果。由古典力學出發的複數力學，在複數空間中對量子世界的描述相容於以機率詮釋的量子力學，並解釋了量子力學使用機率詮釋的必要性。可以說複數力學結合了經典古典力學以及量子力學，統一了兩種尺度之間的力學，成為描述宏觀以及微觀尺度之共同力學體系。

(11)式是複數力學的主要方程式，從此一方程式出發，我分析了許多量子現象，所得結果除了與經典量子力學的預測符合之外，並提供了許多機率詮釋無法得到的資訊。有關複數力學的著作，目前已發表或接受的SCI論文共有十一篇，如文獻[14]~[24]所示，另還有十多篇文章在投稿及寫作中。已發表的文章分散在三個SCI期刊：(1) Annals of Physics, (2) Chaos, Solitons, and Fractals, (3) International Journal of Quantum Chemistry。複數力學的理論基礎主要是在文獻[19]中介紹；與相關文獻的關聯性是在文獻[22]中討論；用複數力學探討隧道效應(Tunneling Effect)放在文獻[21]中；有關自旋動態(Spin Dynamics)與複數軌跡的關係於文獻[17]及[23]中討論；文獻[20]則建立複變數(Complex Variable)與量子運算子(Quantum Operator)間之關係。電子在氫原子及庫倫電場內的運動分別在文獻[14]及[18]中介紹。

文獻[14]是一篇長篇論文(共45頁)是複數力學的第一個應用，是針對氰原子中電子的運動提出一種全新的見解，值得在此特別說明之。傳統的量子力學詮釋認為電子在氰原子中的運動純粹是一種機率的行為，沒有軌跡可言，也無法用經典力學(牛頓力學)加以預測電子的運動。量子力學的機率詮釋歷經無數次實驗的比對，其正確性無庸置疑；但問題出在造成

電子隨機運動的驅動力，到目前為止並不清楚。量子力學一方面用機率描述電子的運動，一方面又認為在氰原子中電子只受到庫倫靜電力的作用，這自然無法十分令人信服；因為吾人若只考慮庫倫驅動力，是無法得到電子的隨機運動的。

論文[14]即在於提出一完整的學理基礎，解釋機率背後的運作機制。原來電子除了庫倫位勢 V 外，還受到量子複位勢 (quantum complex potential) Q 的作用。量子複位勢 Q 所形成的原子殼層結構，與電子雲的機率分布完全一致，如圖 1 所示。複位勢 Q 同時具有實部和虛部，這使得吾人在求解牛頓方程式(15)之時，會發現電子的位置 x 也同時具有實部和虛部，即 $x = x_R + ix_I$ ，其中 x_R 是實部， x_I 是虛部。儀器只能量到 x_R ，虛部運動 x_I 雖然量不到，但 x_R 與 x_I 之間有著強烈的耦合作用， x_I 對 x_R

的影響就造成了吾人所知的電子的隨機運動；也就是說電子的背後有一隻看不見的黑手在操縱著，長久以來吾人均只看到被操縱後的電子運動，而不曉得這背後的操縱力是什麼！

論文[14]的主旨 在於說明在複數力學的架構下，所有電子的隨機行為都可得到

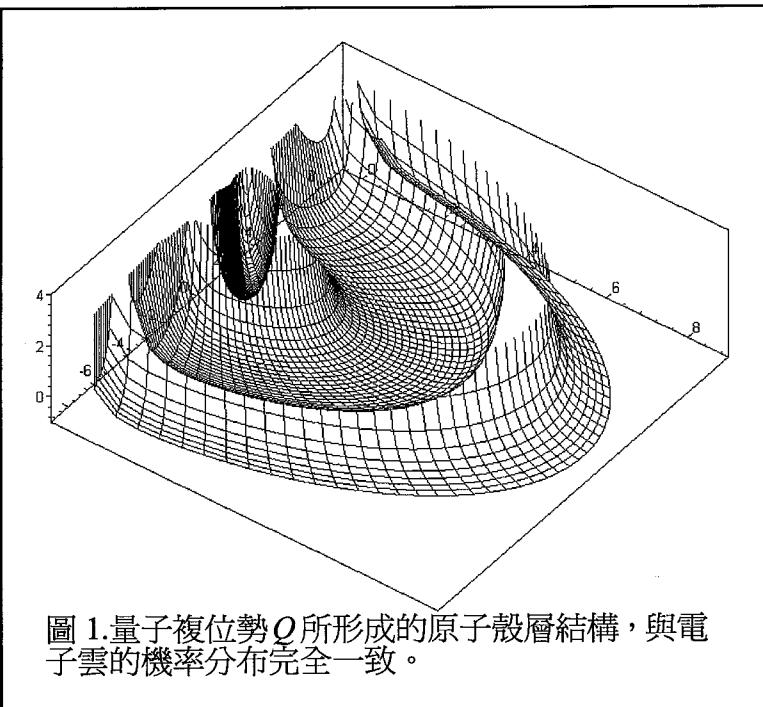


圖 1. 量子複位勢 Q 所形成的原子殼層結構，與電子雲的機率分布完全一致。

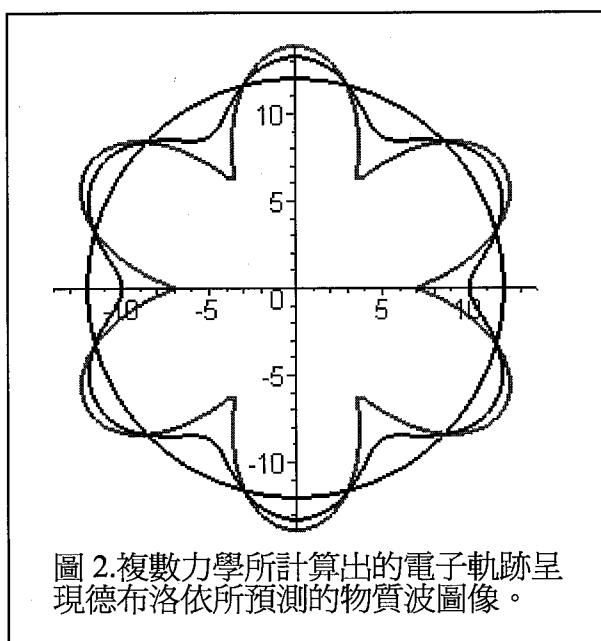


圖 2. 複數力學所計算出的電子軌跡呈現德布洛依所預測的物質波圖像。

合理的解釋；電子出現機率較小的地方，原來就是複位勢 Q 較高的地方，電子不容易到達；電子出現機率較大的地方，就是複位勢 Q 較低的地方，所以電子容易到達。考慮複位勢 Q 之後的牛頓力學方程式 $m\ddot{x} = -d(V + Q)/dx$ 經過數學的證明，原來就是薛丁格的量子力學波動方程式。能階量子化及角動量量子化原來是源自複變數殘數定理的應用：圍線積分的值只和圍線內的極點數有關，而和電子的實際圍線軌跡無關。因為軌跡所圍繞的極點數 n 僅能是零或正整數，這就使得用圍線積分所表達的物理量僅能是這些離散的整數值 n ；這個極點數 n 就是所謂的量子數。因此縱使電子軌跡千變萬化，其表現出來的物理特性卻僅和極點數 n 有關，是不連續的。另外複數力學所計算出的電子軌跡也呈現德布洛依所預測的物質波圖像，如圖 2 所示。

論文[15]在闡述於複數力學的架構下，粒子運動如何產生波動性。在牛頓力學中，只要粒子的運動方程式知道，初始條件給定，則粒子的軌跡即唯一確定。但這一觀念在量子力學中卻不成立，因為具備相同初始條件的微觀粒子，可能會呈現不同的軌跡。這一現象反映在費曼(Feynman)的多路徑積分之中；費曼提出連接 A, B 兩個已知點的連線有無限多條(牛頓力學所對應的軌跡只是其中一條)，且每一條路徑發生的機率各不相同，於是粒子從 A 點運動到 B 點的機率應是把所有從 A 到 B 的路徑機率全部加起來，此即路徑積分的概念。但是 Feynman 並沒有進一步解釋為何粒子的軌跡是多路徑的。複數力學正可以提供粒子軌跡多路徑行為的深厚學理基礎，闡明粒子的多路徑行為及波動現象均是源自粒子在複數空間的運動。

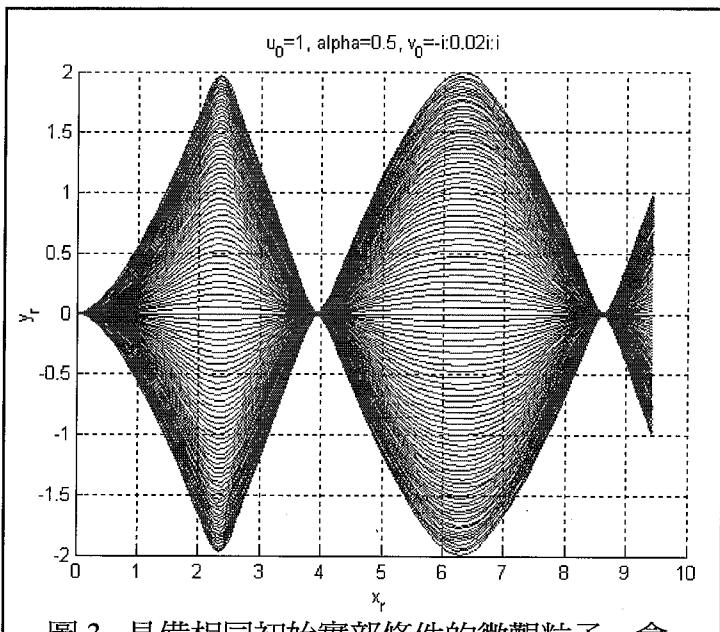


圖 3. 具備相同初始實部條件的微觀粒子，會因虛部條件的變化而呈現兩點之間，多路徑的現象。

現考慮複數形式的牛頓方程式 $m\ddot{x} = -d(V + Q)/dx$ ，其中初始條件 $x(0) = x_R(0) + ix_I(0) \in \mathbb{C}$ 。由於 $x_I(0)$ 是量測不到的，吾人一般所謂的給定初始條件是指實部條件 $x_R(0)$ 的給定，而 $x_I(0)$ 則是未知的。因為 $x_R(t)$ 與 $x_I(t)$ 之間的高度耦合，縱使吾人固定 $x_R(0)$ ，粒子的實數軌跡 $x_R(t)$ 也會因 $x_I(0)$ 的不同而不同。這就解釋了在量子力學中為何具備相同初始(實部)條件的微觀粒子，會呈現多樣化的軌跡；究其原因就是虛部動態 $x_I(t)$ 的不可掌控性與不可預測性。依據以上的想法，在論文[15]中，吾人成功解釋了物質波的

形成機制，解釋了物質波為何也會有極化(polarization)的現象，解釋了為何電子通過雙狹縫也會產生干涉現象。

當吾人固定 $x_R(0)$ 及 $\dot{x}_R(0)$ (從實數系來看，就是粒子的初始條件固定)，並讓不可預測的 $x_I(0)$ 任其變化，一個 $x_I(0)$ 值將對應一條實數軌跡 $x_R(t)$ ；吾人把一個範圍內的 $x_I(0)$ 所對應的所有 $x_R(t)$ 軌跡收集起來，所得到的連續軌跡集合就是粒子的物質波，如圖 3 所示。而電子的物質波通過雙狹縫時會產生干涉現象，在螢幕上生成明暗相間的條紋，這主要是受到(9)式中複位勢 Q 的作用。複位勢分布在狹縫與螢幕之間，其位勢的高低起伏形成放射狀的通道；通道的最低處即為位勢最低的地方，電子最容易到達。

以上所述是複數力學已發表論文的要點說明；其他在投稿中的論文，主要是關於複數力學於奈米系統的應用，以及複數力學與相對論力學的結合。複數力學除了整合古典力學、相對論力學、量子力學於同一架構外，它主要是提供了量子系統的運動方程式 $\dot{x} = f(x, u)$, $x \in \mathbb{C}$ ，而此正是目前量子控制(Quantum Control)所最需要的東西。目前的量子系統只有場方程式(如薛丁格方程式或狄拉克方程式)，而沒有運動方程式，這正是目前控制理論介入量子系統的最大障礙所在；少了粒子的運動方程式，量子控制理論即無法有效建立。現有之控制理論是在古典力學(牛頓力學)的運動方程式建立起來的，而複數力學提供古典力學通往量子力學的橋樑，賦予量子系統運動方程式；因此透過複數力學可使現有之控制理論直接應用於量子系統之上。

六、結語

我在十年前寫太破譯[2]及異次元空間講義[3]二本書的時候，心中充滿著無力感；雖然這二本書的目的是想要以科學的觀點解釋一些宗教、靈異、及超自然現象，但其內容只能談得上是科學的推論，而非科學上的證明。例如如何以科學方法具體證明神的存在及靈魂、靈界的存在，以目前的科技水準而言，仍是無法做到的。十幾年來我尋尋覓覓，試圖從佛教的經典、天帝教的經典中尋找宇宙真理；真理最後是找到了，但卻難以用現代科學的方法加以證實。也許科學還須等待幾百年、幾千年的演化才得以解釋目前所看到的超自然現象，才得以揭開宇宙真理。若把幾千年後發現的宇宙真理突然放在現代科學的前面，在缺乏詮釋工具的情況下，是很有可能被現代科學視為是偽科學，視為怪力亂神的。回首來時路，我領悟到對當代科學的進步真正有幫助的，並不在於提供最後的宇宙真理，而在於提供與現代科學緊密接軌的相對性真理。相對性真理雖僅成立於某一時代(如古典力學、相對論力學、量子力學等等，都是相對性真理)，且終究會被修正或改良，但其承先啓後的角色卻是科學邁向最後真理的過程中，所不能缺少的橋樑。

天帝教教義《新境界》中所闡述的諸多宇宙真理，大部分是當代科學所無福消受的；當代科學的水準還不足以解釋或驗證《新境界》所建立的哲學體系。兩者間頗大的位階差，使得對於天帝教教義的認同也無助於提昇當代科學的水準(這

是多大的無奈啊！）。為了增進兩者間的對話，我們一方面要拉低新境界的位階，另一方面則要提昇當代科學的位階。所謂拉低新境界的位階就是前面所言的『世俗化』工作，就是要以當代自然及社會科學的定量分析來包裝新境界。所謂提昇當代科學的位階，就是指引入新的數學工具或物理思想到當代科學之中，使得當代科學的內涵成熟到足以驗證新境界的哲學思想。複數力學所做的工作即是屬於後者，即是將實部與虛部共存的數學觀念引入當代物理中，就可以解釋《新境界》中有形與無形共存的觀念；如此一來，譬如有形與無形之間能量轉換等等之間題，就可以用實能量與虛能量間之轉換及複數總能量守恆的物理定律來加以定量的描述。目前複數力學的進展已經取得初步的成果，我在成功大學也已建立了一個複數力學的研究群。在此竭誠歡迎天人研究學院的研究生、研究員加入我的行列，讓我們一起努力把天人實學轉化為正統科學的一個分支，把天人研究學院提昇為研究自然與人文科學的世界知名學術機構，以吸引世界各地有興趣的學者到此來研究天人實學。

有關本文的詳細資料，有興趣的讀者可參閱我的著作複數力學(2006 年版)，它是歷經十五年的研究後，從眾多手稿中所整理出來的部分資料。有關相對論與複數力學的結合部份，還在整理之中，預計在明年的版本中出現。後年的版本將再加入定義於複數空間的量子場論及超弦理論。目前超弦理論所提出的十次元空間的標準模型(Standard Model)，其中隱藏於四次元時空內部的弦，是具有六個維度的微細空間；目前已知此六維度微細空間實際上是由三維度的複數 Kähler 流形(Manifold)所組成；由此顯見超弦理論已具有複數的型式，未來與複數力學的整合乃必然的趨勢。

最後我必須提到，複數力學將事物存在的空間從實數擴展到複數，雖然符合當代物理學的發展趨勢，但絕非是一終極理論。我們要問的是，一個數最終只能拆解成實部(陽)和虛部(陰)的型式嗎？根據道家太極的思想，太極一劃而成陰、陽二儀，二儀再各自分解而成太陰、少陰、太陽、少陽四象；最後四象再各自分解而成八卦。複數力學將數拆解成實部和虛部二個分量，又可稱為二元數，如(1)式所示，是僅僅對應到太極陰陽二儀的二分法，那麼四象及八卦所對應的數的拆解是甚麼呢？與陰陽二儀對應的數稱為複數(二元數)，這是我們已經知道的事情；與四象對應的數則稱為四元數(Quaternion)，以此類推，與八卦對應的數稱為八元數。在數學上，吾人甚至還可以定義十六、三十二、六十四元數等等，這些多元數統稱為 Clifford 代數[9]。四元數自從被 Hamilton 引入用以描述剛體的旋轉運動以後，在量子力學中也經常被引用來簡化數學的運算。但就像複數的角色一樣，在西方的世界中，四元數只是被視為方便於數學操作的工具，而不是具體存在的事物。但從道家的觀點來看，四象代表一個事物的四個面貌，它是比陰、陽二分法的描述更加細膩的描述。因此當吾人以四元數來描述四象時，吾人認為四元數所描述的，是具體存在的事務，而非抽象的數學。

如果將複數擴展到四元數，則複數力學所對應的就是四元數力學(Quaternionic

Mechanics)，這將是複數力學所要持續發展的方向。在四元數力學的架構下，一個粒子的位置 x 具有四個分量：

$$x = x_R + ix_I + jx_J + kx_K, \quad x_R, x_I, x_J, x_K \in \mathbb{R}, \quad (17)$$

與(1)式比較起來， x_R 仍然代表實部的部分，而虛部的部分則再細分成三個分量： x_I, x_J, x_K ，分別沿著 i, j, k 三個方向。 i, j, k 是三個純虛數，均是 -1 的平方根，即

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1 \quad (18)$$

而且三者具有下列的關係：

$$ij = -ji = k, \quad jk = -kj = i, \quad ki = -ik = j. \quad (19)$$

在四元數力學的架構下，吾人所要探討與了解的是位置 x 所要滿足的方程式為何？位置的三個虛部分量： x_I, x_J, x_K ，雖然測量不到，但其如何影響到實部分量 x_R ？其所造成的量子效應為何？與複數力學比較起來，四元數力學所得到的更細微的量子修正甚麼？

與易經八卦最契合的數是八元數，而八元數力學從八卦的觀點來看，認為一個粒子的位置 x 具有八個分量：

$$x = x_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \gamma_3 x_3 + \gamma_4 x_4 + \gamma_5 x_5 + \gamma_6 x_6 + \gamma_7 x_7, \quad x_i \in \mathbb{R} \quad (20)$$

其中實部分量 x_0 與七個虛部分量 $x_i, i = 0, 1, \dots, 7$ 都是具體存在，且互相影響。在(20)式中 $\gamma_i, i = 0, 1, \dots, 7$ 都是純虛數滿足 $\gamma_i^2 = -1$ 及類似(19)式的性質。目前八元數的相關數學還沒有發現其相關物理學上的應用，其八個分量個別所代表的意義也都還不清楚。我認為八元數力學的討論將有助於釐清易經八卦與當代物理學之關係。因此本研究未來的發展將以現有的複數力學(二元數力學)為基礎，擴展到四元數力學，最後到達八元數力學，從而建立與『太極生二儀，二儀生四象，四象生八卦』之間的一對一關係。

七、參考文獻

- [1] 天帝教教義，《新境界》，帝教出版社。
- [2] 楊憲東，《大破譯》，紅螞蟻圖書，1995。
- [3] 楊憲東，《異次元空間講義》，紅螞蟻圖書，1996。
- [4] Baker-Jarvis, J. and Kabos, P., Modified de Broglie approach applied to the Schrödinger and Klein-Gordon equations, Phys. Rev. A 68, 042110, 2003.
- [5] Bender, C.M., Brody, D.C., and Jones, H.F., “Complex Extension of quantum Mechanics,” Physical Review Letters, 89, 270401, 2002.
- [6] Bohm, D., “A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of Hidden Variable, part (I), Physical Review, 85, 166-179, 1952； part (II) Physical Review, 85, 180-193, 1952.
- [7] El Naschie, M.S., On Conjugate Complex Time and Information in Relativistic

- Quantum Theory, Chaos, Solitons, and Fractals, 5, 1551-1555, 1995.
- [8] Feynman, R.P. and Hibbs, A.R., Quantum Mechanics and Path Integrals, McGraw-Hill, New York, 1965.
- [9] Hestenes, D. and Sobczyk, Glifford Algebra to Geometric Calculus, D. Reidel Publishing Company, Holland, 1984.
- [10] John, M.V. (2002), “Modified De Broglie-Bohm Approach to Quantum Mechanics”, Found. Phys. Lett. 15, 329.
- [11] Nottale, L., Scale Relativity and Fractal Space-Time: Applications to Quantum Physics, Cosmology and Chaotic Systems. Chaos, Solitons, & Fractals 7, 877, 1996.
- [12] Rudin, W., Real and Complex Analysis, McGraw-Hill, Singapore, 1986.
- [13] Shudo, A., and Ikeda, K.S., “Stokes Phenomenon in Chaotic Systems : Pruning Trees of Complex Paths with Principle of Exponential Dominance,” : Physical Review Letters, 76, 4151-4154, 1996.
- [14] Yang, C.D.(楊憲東), Quantum Dynamics of Hydrogen Atom in Complex Space, Annals of Physics, 319, 399-443, 2005.
- [15] Yang, C.D.(楊憲東), Wave-Particle Duality in Complex Space, Annals of Physics 319, 444-470, 2005.
- [16] Yang, C.D.(楊憲東), Modeling quantum harmonic oscillator in complex domain, Chaos, Solitons and Fractals 30, 342, 2006.
- [17] Yang, C.D.(楊憲東), Chaos, On Modeling and Visualizing Single-Electron Spin Motion, Chaos, Solitons, and Fractals 30, 41, 2006.
- [18] Yang, C.D.(楊憲東), Solving Quantum Trajectories in Coulomb Potential by Quantum Hamilton- Jacobi Theory, International Journal of Quantum Chemistry 106, 1620-1639, 2006.
- [19] Yang, C.D.(楊憲東), Quantum Hamilton Mechanics: Hamilton Equations of Quantum Motion, Origin of Quantum Operators, and Proof of Quantization Axiom, Annals of Physics 321, 2876-2926, 2006.
- [20] Yang, C.D.(楊憲東), The origin and proof of quantization axiom $\mathbf{p} \rightarrow \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$ in complex spacetime, Chaos, Solitons and Fractals 32, 274-283, 2007.
- [21] Yang, C.D.(楊憲東), Complex Tunneling Dynamics, Chaos, Solitons and Fractals 32, 312-345, 2007.
- [22] Yang, C.D.(楊憲東), Quantum Motion in Complex Space, Chaos, Solitons and Fractals 32, 2007, in press.
- [23] Yang, C.D.(楊憲東), Spin: Nonlinear Zero Dynamics of Orbital Motion, Chaos, Solitons and Fractals 32, 2007, in press.
- [24] Yang, C.D.(楊憲東), Parameterization of All Path Integral Trajectories, Chaos,

